CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT

D'INGENIEURS DES ETUDES ET TECHNIQUES D'ARMEMENT

DE BREST

MATHEMATIQUES II

(4 heures)

($\mathcal{A}$) est un espace euclidien rapporté à un repère orthonormé direct (O, i j k) et t désigne la variable temps. Trois points A, B, C sont mobiles dans ($\mathcal{A}$). Leurs positions à l'instant t sont notées A(t), B(t), C(t). Si M est un point mobile dans ($\mathcal{A}$), on notera M_o ou M(0) sa position initiale et $\vec{M}'_o$ sa vitesse initiale.

Les mouvements des trois points A, B, C satisfont aux relations :

(1) $\frac{d^2 O\vec{A}}{dt^2} = p\,(A\vec{B}+A\vec{C})$, $\frac{d^2 O\vec{B}}{dt^2} = p\,(B\vec{A}+B\vec{C})$, $\frac{d^2 O\vec{C}}{dt^2} = p\,(C\vec{A}+C\vec{B})$

où p est une constante non nulle.

1. Préciser l'équation aux dimensions de la constante p. En déduire, h étant un réel strictement positif, que l'on peut choisir l'unité de temps telle que $|p| = h$

2. Déterminer, en fonction de G_o et de $\vec{G}'_o$ la position G(t) à l'instant t du centre de gravité G du triangle (A, B, C) Etudier le mouvement de G dans ($\mathcal{A}$)

3. Déterminer, par exemple en étudiant le vecteur $\overrightarrow{G(t)\,A(t)}$, en fonction de A_o , G_o , $\vec{A}'_o$, $\vec{G}'_o$ la position A(t) du point A à l'instant t.

4. Déterminer sans nouveaux calculs les positions B(t) et C(t) des points B et C à l'instant t.

5. On suppose $\vec{G}'_o = \vec{0}$. Montrer sans calculs que les trajectoires des trois points A, B, C sont planes. Trouver une condition nécessaire et suffisante sur les conditions initiales pour que le point A ait une trajectoire rectiligne.

.../...

6. On suppose encore $\vec{G}'_o = \vec{0}$. Comment faut-il choisir p pour que les trois mouvements soient périodiques, et de plus petite période 2π? Soit p_o la valeur obtenue.

Trouver des conditions nécessaires et suffisantes sur les conditions initiales, lorsque $p = p_o$, pour que la trajectoire de A soit un cercle.

Quel est alors le mouvement de A ?

7. $p = p_o$, et les conditions initiales sont :

$$\vec{OA}_o = \vec{i},\ \vec{OB}_o = \vec{j},\ \vec{OG}_o = \vec{0},\ \vec{A}'_o = \vec{j}+\vec{k},\ \vec{B}'_o = \vec{0},\ \vec{G}'_o = \vec{k}$$

a) déterminer la trajectoire de A, montrer que le mouvement de A est uniforme. Construire son hodographe relatif à O.

b) vérifier que la trajectoire de B est plane. Construire l'arc décrit par B lorsque t décrit l'intervalle de temps [0 2Π]. Calculer la longueur de cet arc.

8. Les conditions initiales étant les mêmes qu'à la question précédente, et t variant de 0 à 2π, on oriente la trajectoire de B dans le sens des t croissants. $\vec{J}$ et $\vec{K}$ désignent alors les vecteurs unités de la tangente et de la normale principale en B à la trajectoire de B. On considère un solide (S) lié au repère orthonormé direct $(B, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$

a) déterminer les vecteurs $\vec{I}$, $\vec{J}$, $\vec{K}$ par leurs composantes sur la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

b) déterminer le vecteur-rotation, et le vecteur-vitesse de glissement du mouvement du solide (S) par rapport à l'espace $(\mathcal{A})$

c) déterminer la position dans le repère $(B, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ de l'axe instantané du mouvement de (S) par rapport à $(\mathcal{A})$.

d) trouver de même la position de l'axe instantané du mouvement de (S) par rapport à $(\mathcal{A})$ dans $(\mathcal{A})$.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail